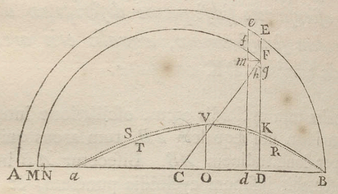
De Motu Corporum

illa per longitudinem CD, & vis gravitatis per longitudinem pendu-
duli, & si in DE capiatur DK in ea ratione ad longitudinem pen-
duli quam habet resistentia ad gravitatem, erit DK exponens re-
sistentiæ. Centro C & intervallo CA vel CB constructur semicir-
culus $BEeA$. Describat autem corpus tempore quam minimo
spatium Dd, & erectis perpendiculis DE, de circumferentiæ occur-
rentibus in E & e, erunt hæc ut velocitates quas corpus in vacuo,
descendendo a puncto B, acquireret in locis D & d. Patet hoc
(per prop. LII. lib. I.) Exponantur itaque hæ velocitates per per-
pendicula illa DE, de; sitque DF velocitas quam acquirit in D
cadendo de B in medio resistente. Et si centro C & intervallo
CF describatur circulus FfM occurrens rectis de & AB in f & M,
erit M locus ad quem deinceps sine ulteriore resistentia ascen-
deret, & df velocitas quam acquireret in d. Unde etiam si Fg
designet velocitatis momentum quod corpus D, describendo spa-



,ium quam minimum Dd, ex resistentia medii amittit; & sumatur CN æqualis Cg: erit N locus ad quem corpus deinceps sine ulteriore resistentia ascenderet, & MN erit decrementum ascensus ex velocitatis illius amissione oriundum. Ad df demittatur perpendiculum Fm, & velocitatis DF decrementum Fg a resistentia DK genitum, erit ad velocitatis ejusdem incrementum fm a vi CD genitum, ut vis generans DK ad vim generantem CD. Sed & ob similia triangula Fmf, Fhg, FDC, est fm ad Fm seu Dd ut CD ad DF; & ex æquo Fg ad Dd ut DK ad DF. Item Fh ad Fg ut DF ad CF; & ex æquo perturbate, Fh seu MN ad Dd ut DK ad CF seu CM; ideoque summa omnium $MN \times CM$ æqualis erit summæ omnium $Dd \times DK$. Ad punctum mobile M erigi semper intelligatur ordinata rectangula æqualis indeterminatæ CM, quæ motu

motu continuo ducatur in totam longitudinem Aa; & trapezium ex illo motu descriptum sive huic æquale rectangulum $Aa \times \frac{1}{2}aB$ æquabitur summæ omnium $MN \times CM$, ideoque summæ omnium $Dd \times DK$, id est, areæ $BKVTa$. *Q. E. D.*

Corol. Hinc ex lege resistentiæ & arcuum Ca, CB differentia Aa colligi potest proportio resistentiæ ad gravitatem quam proxime.

Nam si uniformis sit resistentia DK, figura $BKTa$ rectangulum erit sub Ba & DK; & inde rectangulum sub $\frac{1}{2}Ba$ & Aa erit æquale rectangulo sub Ba & DK, & DK æqualis erit $\frac{1}{2}Aa$. Quare cum DK sit exponens resistentiæ, & longitudo penduli exponens gravitatis, erit resistentia ad gravitatem ut $\frac{1}{2}Aa$ ad longitudinem penduli; omnino ut in prop. XXVIII. demonstratum est.

Si resistentia sit ut velocitas, figura $BKTa$ ellipsis erit quam proxime. Nam si corpus, in medio non resistente, oscillatione integra describeret longitudinem BA, velocitas in loco quovis D foret ut circuli diametro AB descripti ordinatim applicata DE. Proinde cum Ba in medio resistente, & BA in medio non resistente, æqualibus circiter temporibus describantur; ideoque velocitates in singulis ipsius Ba punctis, sint quam proxime ad velocitates in punctis correspondentibus longitudinis BA, ut est Ba ad BA; erit velocitas in puncto D in medio resistente ut circuli vel ellipseos super diametro Ba descripti ordinatim applicata; ideoque figura $BKVTa$ ellipsis erit quam proxime. Cum resistentia velocitati proportionalis supponatur, sit OV exponens resistentiæ in puncto medio O; & ellipsis $BRVSa$, centro O, semiaxibus OB, OV descripta, figuram $BKVTa$, eique æquale rectangulum $Aa \times BO$, æquabit quamproxime. Est igitur $Aa \times BO$ ad $OV \times BO$ ut area ellipseos hujus ad $OV \times BO$: id est, Aa ad OV ut area semicirculi ad quadratum radii, sive ut 11 ad 7 circiter: Et propterea $\frac{7}{11}Aa$ ad longitudinem penduli ut corporis oscillantis resistentia in O ad ejusdem gravitatem.

Quod si resistentia DK sit in duplicata ratione velocitatis, figura $BKVTa$ fere parabola erit verticem habens V & axem OV, ideoque æqualis erit rectangulo sub $\frac{2}{3}Ba$ & OV quam proxime. Est igitur rectangulum sub $\frac{2}{3}Ba$ & Aa æquale rectangulo sub $\frac{2}{3}Ba$ & OV, ideoque OV æqualis $\frac{1}{4}Aa$: & propterea corporis oscillantis resistentia in O ad ipsius gravitatem ut $\frac{1}{4}Aa$ ad longitudinem penduli.